

Selección de cartera en un contexto dinámico mediante un análisis multivariante-multicriterio

Fernando JIMÉNEZ TORRES
José M^a MORENO JIMÉNEZ
Manuel SALVADOR FIGUERAS

Departamento de Métodos Estadísticos
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Zaragoza

RESUMEN

Las aproximaciones tradicionales al problema de selección de cartera centran su análisis en el tratamiento de datos históricos sobre dos aspectos del problema: la rentabilidad y el riesgo, siguiendo el clásico enfoque de eficiencia media-varianza. Dado que la inflación, los movimientos de los precios, la tasa de paro, las políticas monetarias y otros factores económicos y financieros afectan a las expectativas sobre el valor esperado de la rentabilidad de una cartera y al de su incertidumbre, sería deseable incorporar, de alguna manera, la opinión experta sobre la situación del mercado. En este trabajo se propone una metodología multivariante-multicriterio (MV-MC) para abordar el problema, que utiliza el Análisis Factorial como herramienta multivariante para extraer de los datos históricos algunos de los aspectos relevantes del problema que no son plenamente capturados por la rentabilidad o el riesgo, y el Proceso Analítico Jerárquico como herramienta multicriterio para integrar estos aspectos e incorporar la opinión experta. La aproximación propuesta ha sido aplicada a empresas manufactureras de la base de datos Business Accounts Harmonized Data Bank (BACH).

Key Words: Selección de Cartera, Análisis Factorial, Proceso Analítico Jerárquico, Ratios financieros.

1 Introducción

El problema de selección de cartera (PSC) consiste en la determinación de la proporción de capital invertido en títulos-valores según los objetivos del inversor. Entre los problemas destacados que plantean las modelizaciones tradicionales del PSC se encuentran: i) dificultades para incluir la opinión experta de un decisor sobre la situación económica y financiera del momento que podría aportar alguna luz al diseño de la cartera (Talluru y Akgiray, 1988, 1990) y ii) dificultades para integrar la información histórica disponible en un contexto dinámico.

Con objeto de realizar una aproximación más realista, manteniendo válido el enfoque clásico de eficiencia media-varianza, hemos desarrollado una metodología multivariante-multicriterio para encontrar una solución satisfactoria al PSC, que incorpora las opiniones subjetivas de un decisor en relación a la situación actual de la economía e integra la información histórica disponible de una manera dinámica.

La aproximación propuesta utiliza una variante del Proceso Analítico Jerárquico (AHP) denominada Análisis Beneficio/Coste (AHP-B/C), en cuya etapa de modelización se construyen dos jerarquías diferenciadas, una para los beneficios y otra para los costes. Mediante el Análisis Factorial determinamos qué aspectos de la realidad deben incorporarse en cada una de las jerarquías y con qué importancia debe hacerse. En esta línea, Jiménez, et al. (1998) emplean otra técnica, el análisis estructural, que utilizada desde una perspectiva bayesiana asiste en la fase de modelización de la jerarquía que define AHP.

Teniendo en cuenta el carácter dinámico del PSC, la metodología que presentamos pretende reducir algunos de los defectos de las aproximaciones tradicionales, dotando al enfoque seguido de un mayor realismo.

La metodología resultante ha sido aplicada a la base de datos BACH, proyecto promovido en 1985 por la Dirección General de Asuntos Económicos y Financieros de la Comisión de las Comunidades Europeas. Dicha base consta de información sobre las cuentas anuales de empresas con respecto a su estructura financiera que permite efectuar comparaciones entre ellas.

El artículo está organizado como sigue. En la Sección 2 se consideran las aproximaciones más importantes al PSC, así como sus principales limitaciones. En la Sección 3 presentamos nuestra metodología basada en AHP-B/C y el modelo Media-Varianza. En la Sección 4 se aplica la metodología propuesta a los datos BACH. Finalmente, en la Sección 5 se exponen las principales aportaciones de la aproximación realizada, así como las consideraciones necesarias para su correcta implementación.

2 Modelos tradicionales de selección de cartera

Uno de los modelos más conocidos de inversión bajo condiciones de incertidumbre fue presentado por Markowitz (1952, 1959) y Tobin (1958), quienes fundamentaron el PSC en función de la esperanza y la varianza de la distribución de la rentabilidad de cada activo. El modelo Media-Varianza (MV) de Markowitz considera la rentabilidad esperada de la cartera como indicador de rentabilidad y su varianza (o

desviación típica) como medida del riesgo. En relación al concepto de riesgo no existe unanimidad de opinión sobre su definición. Baumol (1963) sugiere que el riesgo de un activo debe entenderse como la mayor o menor posibilidad de que su rentabilidad pueda tomar valores muy bajos.

El criterio media-varianza reside en la aceptación de una de las dos condiciones siguientes:

- i) La función de utilidad de los individuos es cuadrática. (Pratt, 1964; Arrow, 1965).
- ii) La distribución de probabilidad de la rentabilidad de los activos es normal, o se aproxima según una distribución elíptica¹, (Zubiri, 1987).

Formalmente, una solución eficiente al modelo MV se obtiene resolviendo un problema de optimización cuadrática, de manera que para cada nivel de riesgo asumido se obtiene un punto de la frontera eficiente. Una vez que el inversor fija su aversión al riesgo, o bien su nivel de rentabilidad según su estructura de preferencias, el inversor tendrá determinada su cartera. Sus limitaciones radican principalmente en ofrecer soluciones extremadamente inestables (Chopra y Ziemba, 1993) y en considerar el riesgo exclusivamente como función de la varianza (Frankfurter y Phillips, 1995).

Sharpe (1963, 1964) realizó diversas aportaciones al PSC. Entre ellas destacan la distinción entre los diferentes tipos de riesgo que soportan las carteras, o la simplificación del trabajo necesario, según el modelo MV, para dibujar la frontera eficiente (Sharpe, 1963). La introducción de un activo sin riesgo en la cartera y los trabajos de Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), asentaron las bases del Modelo de Equilibrio de Activos Financieros² (CAPM). Este modelo supone que: 1) los inversores son aversos al riesgo, 2) los inversores no influyen en los precios, 3) los inversores pueden obtener información financiera sin coste alguno y 4) los inversores eligen sus carteras según el criterio media-varianza. No se permiten imperfecciones en el mercado como restricciones sobre ventas a corto plazo, impuestos o costes de transacciones. Entre las limitaciones más importantes del CAPM (Trippi y Lee, 1992) está el hecho de que no toda la rentabilidad esperada de una cartera eficiente se puede explicar por su varianza, o incluso por momentos de orden superior.

Otro modelo de equilibrio alternativo al CAPM pero fuera del marco media-varianza es la Teoría de Valoración por Arbitraje³ (APT) de Ross (1976). Su aportación al PSC se centra en la suposición de que la rentabilidad de los activos depende no sólo de su varianza sino también de otros factores o índices de mercado. Aunque APT no especifica qué factores deberían ser considerados, sí establece que toda cartera formada por arbitraje posee riesgos sistemático y específico (no sistemático) nulo, no siendo necesario emplear recursos, pues los títulos se compran al vender otros.

¹ Una distribución de probabilidad se dice que es elíptica si depende de dos parámetros y si posee la propiedad de reproductividad.

² Capital Asset Pricing Model, o Modelo de Sharpe-Lintner-Black según Fama (1991).

³ Arbitrage Pricing Theory.

Considerando que la distribución de probabilidad de la rentabilidad de los activos financieros es normal multivariante, Konno y Yamazaki (1991) en su modelo de Desviaciones Medias Absolutas⁴ (MAD) consiguen transformar el programa cuadrático original definido por el modelo MV en un programa lineal. MAD añade al PSC la aportación del ahorro en tiempo de cómputo.

Young (1998) plantea la Regla de Selección de Cartera Minimax⁵ (MPSR) utilizando como medida del riesgo la mínima rentabilidad que puede alcanzarse. La cartera elegida se obtiene mediante la resolución de un programa lineal que minimiza la máxima pérdida sobre todos los periodos de observación pasados, para un nivel dado de rentabilidad.

Todos estos modelos suelen adolecer, en mayor o menor medida, de una falta de visión global con respecto a la situación del mercado, que puede ser revelado por la opinión explícita y subjetiva de un decisor. Wind y Douglas (1981) incorporan una de las técnicas de decisión multicriterio más extendidas, el Proceso Analítico Jerárquico (AHP), aplicándolo en el análisis de carteras internacionales mediante criterios de dominancia estocástica. Aguarón et al. (1993), incluyen la liquidez, junto a la rentabilidad y el riesgo, ampliando el horizonte del criterio media-varianza. Para determinar la cartera más satisfactoria según las preferencias de un decisor, resuelven el problema utilizando programación por compromiso.

3 Propuesta metodológica

3.1 Planteamiento

El PSC tradicional consiste en determinar la proporción de capital, a invertir en un conjunto de títulos, en función de la rentabilidad y el riesgo de la cartera. Como ya se ha comentado anteriormente, este enfoque adolece de falta de realismo al no posibilitar la incorporación de otros aspectos del problema, como la inflación, movimientos de los precios, tasa de paro, políticas monetarias y otros factores económicos y financieros que pueden afectar a las expectativas sobre el valor esperado de la rentabilidad de una cartera.

Con el fin de tener en cuenta aquellos aspectos tangibles e intangibles que determinen el interés para realizar inversiones en las empresas más atractivas, hemos construido un indicador que los cuantifique.

Sean $\{E_i\}_{i=1,\dots,n}$ un conjunto de n empresas, y $\{X_i\}_{i=1,\dots,n}$ la proporción de capital invertido en cada uno de los títulos. Nuestro modelo para el PSC es dinámico y supone que el decisor dispone de información sobre la evolución de las empresas consideradas en aquellos aspectos que considera importantes durante los últimos T años. Utilizando dicha información y siguiendo la metodología expuesta más adelante, hemos construido un indicador r_{it} que cuantifica para cada empresa E_i y año t , el interés para realizar inversiones de capital en dicha empresa.

⁴ Mean Absolute Deviation.

⁵ Minimax Portfolio Selection Rule.

Para determinar la composición de la cartera más atractiva consideramos el criterio media-varianza, reemplazando el concepto de rentabilidad por el de interés. Al igual que en el modelo de Markowitz, el interés de la cartera (IC) se obtiene promediando los intereses de las empresas, y el riesgo de la misma (RC) se calcula como su varianza. El problema [P] a resolver es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{[P]} \quad & \text{MAX } IC = \sum_{i=1}^n r_i X_i \\
 & \text{sujeto a:} \\
 & RC = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 X_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n \sigma_{ij} X_i X_j \leq R \\
 & \sum_{i=1}^n X_i = 1 \\
 & X_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n.
 \end{aligned}$$

donde:

- * R es el parámetro del modelo que permite obtener soluciones eficientes al PSC para cada valor positivo que tome.
- * r_i es el indicador de interés para la empresa E_i ; σ_i^2 es la varianza del indicador r_i ; σ_{ij} es la covarianza entre los indicadores r_i y r_j .

El valor de estas variables viene dado por:

$$r_i = \sum_{t=1}^T p_t r_{it} \quad \sum_{t=1}^T p_t = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{t=1}^T p_t (r_{it} - r_i)^2 \quad \sigma_{ij} = \sum_{t=1}^T p_t (r_{it} - r_i)(r_{jt} - r_j) \quad (2)$$

siendo p_t la importancia que tiene el año t .

Si las series temporales $\{r_{it}\}_{i=1, \dots, n}^{t=1, \dots, T}$ se mantienen estables durante el periodo analizado, es decir, si no presentan valores anormalmente extremos, se tomaría $p_t = 1/T$, $\forall t = 1, \dots, T$. Si algunas de las series presentan cambios bruscos, sería más razonable ponderar con mayor peso a la información más reciente, o incluso tener en cuenta únicamente el último año.

3.2 El Proceso Analítico Jerárquico en la metodología MV-MC

El Proceso Analítico Jerárquico (Saaty 1977, 1980) puede enmarcarse dentro de las técnicas multicriterio discretas en el contexto de la toma de decisiones, permitiendo incluir en una estructura jerárquica aspectos cuantitativos y cualitativos. Esta técnica consta de cuatro etapas:

- i) Modelización (construcción de la jerarquía).
- ii) Valoración (emisión de juicios)
- iii) Priorización (obtención de las prioridades locales)
- iv) Síntesis (obtención de las prioridades globales y totales).

En la primera etapa se representa el problema de decisión mediante una estructura jerárquica formada por la meta (nivel uno) a conseguir, criterios a tener en cuenta (nivel dos), atributos de cada criterio (nivel tres) y las alternativas a elegir (nivel cuatro). En la segunda etapa, el decisor incorpora sus juicios de valor mediante matrices de comparaciones pareadas entre parejas de elementos de un mismo nivel con respecto al nodo común del nivel inmediatamente superior, de acuerdo a la escala fundamental {1,3,5,7,9} propuesta por Saaty (1980).

En la tercera etapa, se obtienen las prioridades locales que determinan la importancia relativa de dos elementos de un nivel, respecto a un nodo del nivel superior. Existen diversos procedimientos para su cálculo, siendo el método del autovector por la derecha el que propuso inicialmente Saaty (1980). Se trata de resolver el sistema:

$$Aw = \lambda_{\max} w \quad \sum_{i=1}^s w_i = 1 \quad (3)$$

donde s es el número de alternativas, $A = (a_{ij})$ es la matriz recíproca positiva de comparaciones pareadas ($a_{ij}a_{ji} = 1$, $a_{ij} > 0$), λ_{\max} es el autovalor principal de A y w el vector de prioridades locales.

En la cuarta y última etapa se obtienen las prioridades globales de cada una de las alternativas en relación a la meta del problema, sintetizando las prioridades locales calculadas en la tercera etapa. Seguidamente, agregando las prioridades globales de todos los caminos que unen cada alternativa con la meta, se consigue obtener la prioridad total de cada alternativa.

La construcción de un indicador de interés para invertir en una empresa, conlleva al conocimiento de los principales factores (criterios) que lo determinan y de las variables que los forman según representen una influencia positiva o negativa para la inversión. Para ello utilizamos la extensión del Proceso Analítico Jerárquico (Saaty (1982)) denominada análisis beneficio/coste (AHP-B/C), construyendo jerarquías diferentes y complementarias para los aspectos positivos (beneficios) y negativos (costes). Estas jerarquías recogen tanto la opinión experta, como las conclusiones obtenidas al utilizar el Análisis Factorial (véase la Sección 3.3) en el tratamiento de los datos históricos disponibles. Una vez obtenidas las prioridades asociadas a cada empresa en dichas jerarquías, se toma la razón de prioridades beneficio/coste como el índice de interés r_{it} .

3.3 El Análisis Factorial en la metodología MV-MC

El Análisis Factorial es la técnica estadística multivariante que utilizamos para detectar los aspectos relevantes del problema, orientar su modelización jerárquica y

cuantificar su importancia a partir del análisis de la información proporcionada por los datos históricos disponibles.

Esta técnica supone que las correlaciones existentes entre un conjunto de variables observadas $\{Y_i\}_{i=1,\dots,p}$ ⁶ pueden explicarse a partir de un conjunto de variables inobservables $\{F_i\}_{i=1,\dots,r}$ con $r < p$, denominadas factores comunes, de forma que:

$$Y = QF + U \quad (4)$$

donde $Y = (Y_1, \dots, Y_p)^t$ es el vector de variables, $F = (F_1, \dots, F_r)^t$ es el vector de factores comunes, $Q = (q_{ij})$ es una matriz $p \times r$ denominada matriz de cargas factoriales que cuantifica las relaciones existentes entre las variables observadas y los factores comunes, y $U = (U_1, \dots, U_p)^t$ es el vector de factores específicos de cada variable. Se supone, además, que:

$$\begin{aligned} E[F] &= 0_r ; E[U] = 0_p ; \text{Cov}[U, F] = E[UF^t] = 0_{p \times r} \\ \text{Var}[F] &= [FF'] = D ; \text{Var}[U] = E[UU'] = \Phi \end{aligned} \quad (5)$$

donde $\Phi = \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_p)$, cuyos elementos $\{\phi_i; i=1, \dots, p\}$ se denominan especificidades y $D = \{d_{ij}\}$ una matriz $(r \times r)$ con unos en la diagonal. Si $D = I_r$ los factores se dice que son ortogonales, en caso contrario se dice que son oblicuos.

La varianza de cada variable Y_i se puede expresar como:

$$\text{Var}(Y_i) = \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r q_{ij} q_{il} d_{jl} + \phi_i = h_i + \phi_i \quad (6)$$

donde $h_i = \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r q_{ij} q_{il} d_{jl}$ es el porcentaje de la varianza de la variable Y_i explicada por los r factores comunes, denominado comunalidad de la variable Y_i y ϕ_i es la especificidad de Y_i y representa el porcentaje de la varianza de Y_i debida al factor específico U_i .

En nuestro caso realizamos, en cada tiempo t , un Análisis Factorial utilizando los datos históricos disponibles que el decisor considera más relevantes para la resolución del problema. Una vez determinados los factores comunes, utilizamos el Análisis de Transformación (ver, por ejemplo, Martikainen, 1993) para estudiar la estabilidad de los mismos a lo largo del tiempo y determinar cuáles son los más relevantes para la construcción de la jerarquía.

Establecidos los factores comunes más relevantes procedemos a la construcción de las jerarquías de aspectos positivos y negativos en función del significado de cada uno de dichos factores y su relación con el problema de inversión abordado. Para ello utilizamos las cargas factoriales estimadas que van a determinar las variables que pertenecen a cada factor según la filosofía adoptada de beneficio/coste. Las cargas factoriales más grandes, en valor absoluto, determinarán las variables que para cada año pertenecerán a cada factor, quedando a juicio del decisor qué variables deben incluirse en

⁶ Supondremos por facilidad de exposición que las variables observadas están estandarizadas.

la jerarquía de aspectos positivos y cuáles en la de aspectos negativos, estableciendo de esta manera un procedimiento para la construcción estructural de la modelización jerárquica.

Si los factores encontrados son oblicuos ($D \neq I$) y están significativamente relacionados entre sí, se reiteraría el proceso anterior aplicándose un nuevo Análisis Factorial a las puntuaciones estimadas de los factores obtenidos hasta que los factores comunes obtenidos fueran ortogonales o no estuvieran significativamente relacionados entre sí.

3.4 Asignación de prioridades y construcción de los indicadores de interés

Una vez construidas las jerarquías de aspectos positivos (B) y aspectos negativos (C) procedemos a la asignación de prioridades locales y globales. Las prioridades locales (a_i) de cada criterio (factor) se deja en manos de un decisor experto, en función de su experiencia e información que pudiera disponer en ese momento. Suponiendo que en general hay k criterios a tener en cuenta, su decisión únicamente debe cumplir que $\sum_{i=1}^k a_i = 1$. Asignamos como prioridad local de cada atributo, en el nivel tres de la jerarquía, el cuadrado normalizado de la correspondiente carga factorial, q_{ij}^2 .

Para obtener las prioridades locales del último nivel (nivel de las alternativas; las empresas) estandarizamos las variables estableciendo una clasificación de las empresas según una escala determinada y de acuerdo al número mágico de Miller (1956) de 7 ± 2 . En nuestra metodología nos inclinamos por clasificar a las empresas en cinco modalidades según la escala $\{1,2,3,4,5\}$. A partir de las distribuciones de frecuencias asociadas a los datos analizados, una vez estandarizados, se forman cinco bandas limitadas por los valores: $\mu \pm k\sigma$, con $k = 1, 2$; siendo μ la media muestral y σ la desviación típica muestral de la distribución de frecuencias de cada variable. Así, una empresa que se aleje de su media en más de dos desviaciones típicas se le asigna un cinco si la desviación es positiva, y un uno si es negativa. Una empresa que se aleje de su media entre una y dos desviaciones típicas, tiene asignado un cuatro si la desviación es positiva, y un dos si es negativa. Al resto de las empresas se le asigna el valor tres. Tales valores normalizados son tomados como prioridades locales correspondientes al nivel cuatro. Finalmente, la prioridad global es la establecida por AHP.

Una vez asignadas las prioridades totales (b_{it}) y (c_{it}) de las jerarquías de aspectos positivos y negativos, respectivamente, se calculan los indicadores de interés para cada empresa y año mediante los ratios $r_{it} = b_{it}/c_{it}$, a partir de los cuales se obtienen los indicadores de interés r_i para cada empresa utilizando la expresión (1).

En resumen, los pasos de la metodología AHP-B/C siguiendo la filosofía del paradigma procedimental multicriterio son:

- i) Planteamiento del PSC:
 - i.1) Definición de las variables que el decisor considera relevantes para decidirse por la inversión en una empresa.
- ii) Etapa de modelización:

- ii.1) Determinación de los factores subyacentes a las variables analizadas mediante el Análisis Factorial
 - ii.2) Diseño estructural de la jerarquía de beneficios (B) y de la jerarquía de costes (C).
- iii) Etapa de valoración:
 - iii.1) Cálculo de las prioridades locales y globales de ambas jerarquías mediante AHP.
 - iii.2) Construcción de los indicadores de interés por la inversión $\{r_{it}\}_{i=1,\dots,n}^{t=1,\dots,T}$ como cociente de prioridades totales.
- iv) Etapa de Resolución:
 - iv.1) Resolución del PSC mediante el programa cuadrático [P].
- v) Etapa de explotación:
 - v.1) Análisis de las soluciones encontradas de [P] y extracción de conclusiones.

En la sección siguiente ilustramos la metodología propuesta analizando un problema real: la selección de una cartera de empresas utilizando la base de datos BACH.

4 Aplicación a la base de datos BACH

4.1 Los datos

El PSC aplicado a empresas de diferentes países europeos y tamaños plantea el problema de cómo obtener la información adecuada para su correcto análisis. El hecho de que cada país posea su propia normativa interna contable dificulta en gran medida los problemas de adaptabilidad con objetivos de armonización (Amenkhienan, 1986; Flower, 1991; Alhashim y Arpan, 1992, cap. 3). Los gestores de fondos de inversión (Tood y Sherman, 1991) con objeto de realizar inversiones fuera de su país para incrementar su rentabilidad al diversificar su cartera, se han encontrado con el problema de una carencia de normalización financiera a nivel internacional. Por esta razón, McLeay (1991) considera que sería deseable para un analista tener a su disposición fuentes de información sin barreras, armonizadas y lo más completas posible que poder consultar.

El proyecto BACH ha abordado con éxito el problema de esta falta de armonización contable mediante la definición de un conjunto de indicadores aplicables a datos contables de clasificación sectorial y de tamaño. Se dispone así de una base de datos de gran utilidad para el analista de ámbito internacional (Gallizo y Serrano, 1997), que engloba a países de la Unión Económica, EE.UU y Japón.

El objetivo de esta sección es la aplicación de la metodología propuesta a la base de datos BACH, que consta de información con un alto grado de armonización relativa a empresas de diversos sectores económicos y clasificadas según país y tamaño.

Centrándonos en el Sector Manufactureras y con el ánimo de definir un índice que refleje el deseo o interés por invertir capital en una empresa de este sector, se han definido diez variables (ratios) que cuantifican los aspectos (factores) de productividad, rentabilidad y endeudamiento que potencialmente pueden afectar a la inversión en una empresa manufacturera. En este sentido, el estudio de los ratios financieros constituye un método de análisis que expresa la situación relativa de una empresa según la actividad económica que interese en relación al resto de empresas de su mismo sector. Consideramos que el análisis de ratios es una herramienta adecuada para diagnosticar y valorar la situación financiera y la previsión de inversión de una sociedad, por tratarse de indicadores que miden valores característicos de la economía de una empresa en relación a las de su mismo sector.

Los ratios financieros considerados (ver Tabla 1): R_r ($r = 1, \dots, 10$), se han medido sobre empresas de tres tamaños: T_1 (empresas pequeñas), T_2 (empresas medianas), y T_3 (empresas grandes), y de siete países: P_1 : Austria (A), P_2 : Francia (F), P_3 : Alemania (G), P_4 : Italia (I), P_5 : Japón (J), P_6 : Holanda (H) y P_7 : España (S). Las series de ratios financieros abarcan un periodo de tiempo desde el año 1989 hasta 1994.

4.2 Etapa de modelización

Generalmente, las distribuciones de probabilidad de los ratios financieros no suelen obedecer una ley normal, sino que presentan una acusada asimetría positiva (Trigueiros, 1995) por aproximarse a una distribución recíproca⁶. Escobar y Moreno (1998) demuestran que la reciprocidad de una v.a. X es equivalente a la simetría de $\log X$. De manera que efectuando una transformación logarítmica sobre cada ratio financiero LR_r , obtenemos no sólo la simetría, sino también uno de los supuestos previos deseables a la aplicación de un Análisis Factorial: que la distribución de probabilidad de cada pareja de variables sea aproximadamente normal.

La aplicación del Análisis Factorial a los datos suministrados por BACH confirma la suposición inicial de la existencia de dos factores comunes⁷, ortogonales y de la misma dimensión, a los diez ratios financieros considerados:

F_1 : Factor de Productividad

F_2 : Factor de Rentabilidad contra Endeudamiento

Para asegurarnos de que la interpretación factorial realizada es correcta, se han efectuado rotaciones y en todas ellas se observa el mismo comportamiento. En las Tablas 2 y 3 se presentan las cargas factoriales obtenidas por la rotación varimax, para el sexenio 1989-1994, tanto para el factor de productividad como para el factor de rentabilidad frente a endeudamiento. También se ha calculado el valor medio (media aritmética) para cada ratio en el citado periodo.

⁶ Una variable aleatoria X se dice que es recíproca si X y $1/X$ están idénticamente distribuidas.

⁷ El método de extracción factorial utilizado ha sido el de componentes principales.

El factor de productividad opone LR_1 , LR_2 y LR_3 frente a LR_4 y el factor de rentabilidad frente a endeudamiento opone las variables LR_5 , LR_6 , LR_7 y LR_8 frente a las variables LR_9 y LR_{10} . Puede observarse que LR_1 , LR_2 , LR_3 y LR_4 son las variables que van a pertenecer al primer factor, mientras que el segundo factor consta de LR_5 , LR_6 , LR_7 , LR_8 , LR_9 y LR_{10} . El análisis de transformación confirma la estabilidad a medio plazo de los factores durante el periodo considerado.

Una vez establecidos los criterios (factores) que componen el nivel dos de las estructuras jerárquicas positiva y negativa, y las variables que los forman, hay que determinar qué variables conllevan aspectos positivos o negativos para cada uno de los factores. Con respecto al factor de productividad, la variable LR_1 , explicativa del potencial de autofinanciación, y LR_2 y LR_3 , indicadoras de los gastos de personal en relación a las ventas y valor añadido, respectivamente, serán consideradas como aspectos positivos. La variable LR_4 , que informa sobre la eficiencia de las compras, será tomada como un aspecto negativo.

En cuanto al otro factor, la variable LR_5 , que mide la relación entre resultado y cifra de negocios, es decir, el excedente obtenido por cada unidad monetaria vendida, LR_6 , indicador de la rentabilidad, LR_7 , índice del resultado financiero y LR_8 , de fondos propios, los tomamos como aspectos positivos del segundo factor, mientras que LR_9 y LR_{10} , sobre deudas (a corto y a largo plazo) y préstamos, como aspectos negativos del factor de rentabilidad contra endeudamiento.

Se observa que debido a que las cargas factoriales de los atributos pertenecientes a la jerarquía negativa son más bien elevados (Tabla 4), no podemos despreciarla, estableciendo así la existencia y fundamento de dos jerarquías. Por esta razón consideramos por un lado las variables que impliquen aspectos positivos para la inversión en una empresa, y por otro, las variables que indiquen aspectos negativos. En la Tabla 4 se muestran ambos aspectos con los valores medios de los pesos. En las Figuras 1 y 2 se muestra la estructura jerárquica de los aspectos positivos y negativos, respectivamente.

4.3 Etapa de valoración

La etapa de valoración consta de dos partes: en la primera parte (subjettiva) las prioridades locales del segundo nivel (nivel de los factores) se dejan a la opinión experta de un decisor, que debe elegir el peso a_1 que asigna al primer factor con relación a la meta, y el peso a_2 que asigna al segundo factor con relación a la meta. Únicamente hay que exigir a su decisión que $a_1 + a_2 = 1$. En la segunda parte (objetiva) las prioridades locales del tercer nivel (nivel de los logaritmos de los ratios financieros) se obtienen normalizando el cuadrado de las cargas factoriales de cada uno de ellos correspondiente al factor al que pertenece.

Para obtener las prioridades locales del cuarto nivel (nivel de las alternativas: las empresas) tipificamos los logaritmos de los ratios financieros estableciendo una clasificación de las empresas en cinco categorías según se indica en la Figura 3. Una empresa catalogada con un 1 según un determinado ratio de la jerarquía positiva será considerada como muy mala; si se le asigna un 2, mala; un 3, normal; un 4, buena y un 5, muy buena. Si el ratio pertenece a la jerarquía negativa, un 1 indicará una empresa muy buena; un 2 buena; un 3 normal; un 4 mala; y un 5, muy mala.

Hay que destacar que una empresa puede ser muy buena según un ratio y muy mala según otro, de manera que la clasificación efectuada será de acuerdo a cada ratio. Formalmente, si el valor del logaritmo de un ratio financiero tipificado correspondiente a una determinada empresa se encuentra a más de dos desviaciones típicas del cero, se le asignará el valor 1, si es negativo y 5, si es positivo. Si dicha diferencia está comprendida entre una y dos desviaciones típicas, se le asignará el número 2, si es negativo y 4, si es positivo. Finalmente, en la categoría asignada con el número 3, pertenecen las empresas cuyo ratio tipificado se aleja como máximo una desviación típica del cero.

4.4 Etapa de resolución

Una vez obtenidas las prioridades totales de las jerarquías positiva y negativa y definido el ratio r_{ijt} para cada empresa E_{ij} y cada año t^8 , consideramos que cada año del periodo 1989-1994 no se distingue de los demás, estableciendo como medida r_{ij} de interés por la inversión, según se indica en (1), la media aritmética. Para resolver el programa [P] es necesario fijar previamente los valores de a_1 y a_2 . Simulando la opinión experta de un decisor, hemos considerado tres casos importantes a estudiar: i) $a_1 = 0.2$; $a_2 = 0.8$, ii) $a_1 = a_2 = 0.5$, iii) $a_1 = 0.8$ $a_2 = 0.2$. Si bien es cierto que la estabilidad de las series $\{r_{ij}\}_{j=1,\dots,3}^{i=1,\dots,7}$ en cada caso es manifiesta, existen entre ellos diferencias en cuanto a su valor, estableciendo que el ratio de interés por la inversión es muy sensible a cambios con respecto a la opinión del decisor.

El programa [P], de 21 variables de decisión (7 países y 3 tamaños), proporciona para cada valor de R una solución a nuestro PSC concreto (Tabla 5), así como la construcción de la frontera eficiente (Figura 4). Suponiendo igualdad en cuanto a la ponderación que un decisor asignaría a la importancia que tuviera el factor de productividad en relación al factor de rentabilidad contra endeudamiento ($a_1 = a_2 = 0.5$), en la Figura 5 puede observarse la evolución del ratio r_{ij} para los tres tamaños, los siete países y los seis años considerados. La mayor parte de las series muestra un comportamiento estable y sin superar la cota del dos como indicador de inversión. Sólo se destacan las empresas correspondientes a los países de Holanda, Alemania y Austria. El comportamiento de GT_3 y AT_3 es más o menos estable, pero la serie HT_1 en el año 1991 sufrió una gran caída que después ha conseguido recuperar en los años siguientes. La razón de esta caída reside en el hecho de que las empresas HT_1 en ese año poseen un elevado valor correspondiente a R_{10} , ratio de endeudamiento a corto sobre total balance, variable que pertenece a la jerarquía de aspectos negativos, esto hace que el ratio de inversión en ese año sea significativamente menor que sus valores anteriores y posteriores.

En la Figura 6 se representa un diagrama media-varianza, para comprobar cómo es la distribución del ratio medio de inversión en las empresas analizadas, según un decisor que considere que los dos factores tienen igual peso. Puede observarse que las tres empresas destacadas anteriormente, HT_1 , GT_3 y AT_3 son efectivamente las que poseen mayor valor medio en lo que respecta al ratio de inversión. Las empresas GT_3 no destacan especialmente por su variabilidad, mientras que HT_1 , debido a la caída sufrida

⁸ El año 1989 se corresponde con $t=1$, y así sucesivamente hasta $t=6$, que es el año 1994.

en el año 1991, son las empresas que experimentan mayor variabilidad de entre todas las estudiadas.

4.5 Etapa de explotación

Si se quiere asumir un riesgo R muy bajo, la cartera estaría diseñada por todas las empresas consideradas en este trabajo excepto las italianas, las japonesas y las francesas de gran tamaño. Es necesario destacar que las empresas comentadas en ningún caso van a formar parte de la cartera del inversor para ningún valor del parámetro R . Se observa que sólo es conveniente invertir en HT_1 si se quiere asumir un determinado nivel de riesgo. Para valores pequeños de R (hasta 0,05) el porcentaje de capital invertido en HT_1 no supera el 16%, sin embargo los inversores muy aversos al riesgo deberán invertir la mayor parte de su capital en HT_1 para poder conseguir máximas expectativas en cuanto a su rentabilidad.

Un hecho destacable lo protagonizan conjuntamente GT_3 y HT_1 , ya que conforme aumenta el porcentaje de capital invertido en HT_1 , debe disminuir el invertido en GT_3 , por ser la covarianza entre ellas negativa. Si nos fijamos en las empresas austríacas y en las francesas, vemos que su porcentaje de inversión aumenta paulatinamente al incrementarse el riesgo, pero llega un momento en que son desbancadas completamente por GT_3 y HT_1 .

Conforme aumenta ligeramente el riesgo, las empresas francesas restantes (de tamaño pequeño y mediano), las españolas, las holandesas grandes y las alemanas pequeñas, deben abandonar la cartera. Si se incrementa todavía un poco más el riesgo, las únicas empresas que soportan el riesgo son GT_3 y HT_1 , constituyendo la única cartera posible para un inversor que en buena medida no sea averso al riesgo.

La diversificación de nuestra cartera para ilustrar el PSC según la metodología propuesta, puede mejorarse incluyendo empresas de diferentes sectores económicos y no únicamente el del sector manufacturero como se ha hecho. De esta manera y para idénticas expectativas de rentabilidad, el riesgo no sistemático (o diversificable) se conseguiría reducir en mayor medida, consiguiendo así carteras mejor gestionadas¹¹.

5 Conclusiones

Hemos propuesto una metodología de trabajo para enfocar el PSC desde una perspectiva multivariante-multicriterio (MV-MC), que permite combinar la opinión subjetiva de un decisor con la información objetiva proporcionada por un conjunto de indicadores económicos que reflejan el funcionamiento de las empresas. El subjetivismo clásico en AHP se complementa con la metodología presentada, pues se ofrece un procedimiento objetivo (basado en los datos existentes) para el cálculo de las prioridades locales. Así, la aportación de la metodología MV-MC en relación al PSC es doble: en la etapa de modelización, el Análisis Factorial ofrece un método de construcción de las jerarquías de beneficios y costes; en la etapa de valoración ofrece un método de obtención de prioridades locales utilizando las cargas factoriales estimadas por el Análisis Factorial en los niveles intermedios de la jerarquía (por encima de las modalidades) y una

¹¹ En este caso se deberían definir nuevos ratios que sean capaces de establecer comparaciones relativas entre empresas de diferentes sectores económicos.

obtención de las prioridades locales correspondientes a las modalidades empleando bandas obtenidas a partir de las distribuciones de frecuencias asociadas a los datos analizados.

Utilizando las dos jerarquías (beneficios y costes) se construyen indicadores de interés de la inversión obtenidos como razones entre las prioridades de los beneficios y costes. Estos indicadores son empleados como parámetros del modelo de programación cuadrática que determina la cartera óptima.

Para un uso efectivo de la metodología MV-MC es conveniente que el decisor no omita ningún aspecto relevante del problema analizado eligiendo los indicadores y datos adecuados. En este sentido cabe destacar la interactividad de la fase de modelización de la jerarquía utilizando el Análisis Factorial que debería ser utilizado de un modo exploratorio-confirmatorio. Utilizado de forma exploratoria, el Análisis Factorial pondría de manifiesto si existen aspectos del problema que no se han tenido en cuenta; utilizado de forma confirmatoria permitiría la correcta cuantificación de la influencia que ejerce cada factor sobre las variables analizadas, proporcionando información de gran utilidad para la construcción de las jerarquías de costes y beneficios.

Referencias

- [1] AGUARÓN, J., MORENO, J.M^a y SANTAMARÍA, R. (1993). “Selección de Carteras con Múltiples Objetivos a Través del Proceso Analítico Jerárquico (A.H.P.)”. Revista Española de Financiación y Contabilidad, Vol. 22, nº 74, 187-203.
- [2] ALHASHIM, D. and ARPAN, J. (1992). “International Dimensions of Accounting”, 3^a ed. PWS-KENT Publishing Company, Boston.
- [3] AMENKHIENAN, F.E. (1986). “Accounting in Developing Countries. A Framework for Standard Setting”. UMI Research for Business Decisions, Michigan.
- [4] ARROW, J.K. (1965). “Aspects of the Theory of Risk Bearing”. Helsinki: Yrjo Jahnssonin Saatio.
- [5] BAUMOL, W.J. (1963). “An Expected Gain Confidence Limit Criterium for Portfolio Selection”. Management Science, Vol 10, 174-182.
- [6] CHOPRA, V.K. and ZIEMBA, W.T. (1993). “The Effects of Errors in Means, Variances and Covariances in Optimal Choice”. The Journal of Portfolio Management, 1739-1764.
- [7] ESCOBAR, M^a.T., y MORENO, J.M^a (1998). “Reciprocal Distributions in the Analytic Hierarchy Process”. En evaluación.
- [8] FAMA, E. (1991). “Efficient Capital Markets II”. Journal of Finance. Vol 46, diciembre, 1575-1617.
- [9] FLOWER, J. (1991). “Foreing Currency Translation”. Incluido en Comparative International Accounting, Ed. Nobes, C., y Parker, R. Prentice Hall International, London.
- [10] FRANKFURTER, G.M. and PHILLIPS, H.E. (1995). “Forty Years of Normative Portfolio Theory: Issues, Controversies and Misconceptions”. JAI Press.
- [11] GALLIZO, J.L. y SERRANO, C. (1997). “Análisis Financiero Internacional en la Base BACH. Estudio de la Estructura Contable de los Países Integrantes a

- partir de sus Ratios”. Revista Española de Financiación y Contabilidad, Vol. 26, 93, oct-dic., 935-955.
- [12] JIMÉNEZ, J., MORENO, J.M^a y SALVADOR, M. (1998). “Análisis Estructural en Modelización Jerárquica Multicriterio”. Actas del XXIV Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa, Almería, 61-62.
- [13] KONNO, H. and YAMAZAKI, H. (1991). “Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market”. Management Science, Vol. 37, n° 5, mayo, 519-531.
- [14] LINTNER, J. (1965). “Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification”. The Journal of Finance 31, 1085-1100.
- [15] MARKOWITZ, H.M. (1952). “Portfolio Selection”. Journal of Finance Vol. 12, marzo, 77-91.
- [16] MARKOWITZ, H.M. (1959). “Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments”. Cowles Foundation, Monograph 16 Yale University Press.
- [17] MARTIKAINEN, T. (1993). “Stock Returns and Classification Pattern of Firm-Specific Financial Variables: Empirical Evidence with Finnish Data”. Journal of Business Finance & Accountability, 20(4), 537-557.
- [18] McLEAY, S. (1991). “International Financial Analysis”. Incluido en Comparative International Accounting, 3^a ed. Ed. Nobes, C., y Parker, R. Prentice Hall Cambridge.
- [19] MILLER, G.A. (1956). “The Magical Number Seven. Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information”. The Psychological Review, 63, 81-97.
- [20] MOSSIN, J. (1966). “Equilibrium in a Capital Market”. Econometrica Vol. 34, 768-783.
- [21] PRATT, J. (1964). “Risk Aversion in the Small and in the Large”. Econometric, Vol. 32, n°1-2, 122-136.
- [22] ROSS, S. (1976). “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing”. Journal of Economic Theory, 13. December.
- [23] SAATY, T.L. (1977): “A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures”. Journal of Mathematical Psychology, 15 (3), 234-281.
- [24] SAATY, T.L. (1980). “Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process”. Mc Graw-Hill, New York. (2^a impresión 1990, RSW Pub. Pittsburgh).
- [25] SAATY, T.L. (1988). “Decision Making for Leaders”. RSW Pub. Pittsburgh.
- [26] SHARPE, W.F. (1963). “A Simplified Model for Portfolio Analysis”. Management Science Vol. 9, n° 2, 277-293
- [27] SHARPE, W.F. (1964). “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”. Journal of Finance 19, 425-442.
- [28] TALLURU, L.R. and AKGIRAY, V. (1988). “Knowledge Representation for Investment Strategy Selection”. Proceedings of the Hawaii International Conference on Systems Science.
- [29] TALLURU, L.R. and AKGIRAY, V. (1990). “Problem Representation in Decision Support Systems: An Illustration from Financial Investments”. Proceedings, 1990 Annual Meeting, Decision Sciences Institute, San Diego, 481-483.
- [30] TOBIN, J. (1958). “Liquidity Preference as Behaviour Towards Risk”. Review of Economic Studies, febrero.

- [31] TOOD, R. and SHERMAN, R. (1991). "International Financial Statement Analysis", incluido en Handbook of International Accounting, Ed. FDS Choi, New York, John Wiley.
- [32] TRIGUEIROS, D. (1995). "Accounting Identities and the Distribution of Ratios". British Accounting Review, 27, 109-126.
- [33] TRIPPI, R.R. and LEE, J.K. (1992). "State-of-the-art Portfolio Selection: Using knowledge-based systems to enhance investment performance". Probus Publishing Company. Chicago.
- [34] WIND, Y. and DOUGLAS, S. (1981). "International Portfolio Analysis and Strategy: The Challenge of 80s". Journal of International Business Studies, otoño, 69-82.
- [35] YOUNG, M.R. (1998). "A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution". Management Science, Vol. 44, nº 5, Mayo, 673-683.
- [36] ZUBIRI, I. (1987). "Preferencias Cuadráticas y Composición Óptima de la Cartera: Un Enfoque Diferente". Revista Española de Economía, Vol. 4, nº 1, 173-185.

Tabla 1. Ratios Financieros.

R_1	Ratio de valor añadido Valor añadido / Resultado neto de explotación
-------	-------------------------------------------------------------------------

R ₂	Participación relativa de los gastos de personal sobre ventas Gastos de personal / Cifra de negocios
R ₃	Participación relativa de gastos de personal sobre valor añadido Gastos de personal / Valor añadido
R ₄	Participación relativa de compras de bienes y servicios Compras / Cifra de negocios
R ₅	Ratio de resultado bruto global Resultado bruto de la explotación / Cifra de negocios
R ₆	Ratio de resultado neto Resultado del ejercicio / Cifra de negocios
R ₇	Ratio de resultado financiero (Ingresos financieros - Gastos financieros) / Cifra de negocios
R ₈	Ratio de fondos propios (Fondos propios - Capital sin desembolsar) / Cifra de negocios
R ₉	Endeudamiento sobre total balance (Deudas a corto plazo + Deudas a largo plazo) / Total balance
R ₁₀	Endeudamiento a corto sobre total balance (Préstamos a corto plazo + Provisiones valores negociables) / Total balance

Tabla 2: Cargas factoriales del factor de Productividad.

	1989	1990	1991	1992	1993	1994	Valor medio
LR₁	0,9564	0,9735	0,9706	0,9503	0,9332	0,9549	0,9565
LR₂	0,9882	0,9900	0,9800	0,9812	0,9804	0,9876	0,9846
LR₃	0,9026	0,9161	0,7609	0,8387	0,8154	0,9258	0,8599
LR₄	-0,9404	-0,9220	-0,9523	-0,9540	-0,9423	-0,9439	-0,9425
LR₅	-0,2064	-0,0424	0,2655	0,0531	-0,0967	-0,1824	-0,0349
LR₆	0,0958	0,2861	0,2191	0,1358	0,1798	0,2630	0,1966
LR₇	0,0511	0,1285	0,0262	0,1622	0,0999	0,1467	0,1024
LR₈	-0,3145	-0,3155	-0,4414	-0,3836	-0,2238	-0,2634	-0,3237
LR₉	-0,0618	-0,0655	0,1326	0,0287	-0,1187	-0,0749	-0,0266
LR₁₀	0,0954	0,1783	0,3212	0,1950	0,1352	0,0854	0,1684

Tabla 3: Cargas factoriales del factor de Rentabilidad frente a Endeudamiento.

	1989	1990	1991	1992	1993	1994	Valor medio
LR₁	0,1339	0,0968	0,1507	0,1521	0,1213	0,1571	0,1353
LR₂	-0,0343	0,0300	0,0139	0,0292	0,0097	0,0410	0,0149
LR₃	-0,2954	-0,1015	-0,3124	-0,2508	-0,2299	-0,2263	-0,2361
LR₄	0,0769	0,0897	-0,0144	-0,0453	-0,0119	0,0416	0,0228
LR₅	0,6693	0,3456	0,5832	0,5454	0,3868	0,6270	0,5262
LR₆	0,9007	0,7870	0,8517	0,7838	0,7162	0,8825	0,8203
LR₇	0,8047	0,8928	0,8182	0,8416	0,7652	0,8649	0,8312
LR₈	0,8608	0,8509	0,7423	0,7295	0,7672	0,8949	0,8076
LR₉	-0,8698	-0,9213	-0,7707	-0,7794	-0,8157	-0,8884	-0,8409
LR₁₀	-0,8264	-0,8149	-0,7036	-0,8254	-0,7911	-0,8338	-0,7992

Tabla 4. Aspectos positivos y negativos de los ratios financieros.
Valores medios (1989-1994).

	Aspectos Positivos		Aspectos Negativos	
	PRODUCT.	REN.-END.	PRODUCT.	REN.-END.
LR ₁	0.9565			
LR ₂	0.9846			
LR ₃	0.8599			
LR ₄			0.9425	
LR ₅		0.5262		
LR ₆		0.8203		
LR ₇		0.8312		
LR ₈		0.8076		
LR ₉				0.8409
LR ₁₀				0.7992

Tabla 5. Solución al problema de selección de una cartera de empresas. ($a_1 = a_2 = 0.5$).

AT ₁	0,20	0,11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AT ₂	0,03	0,04	0,01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AT ₃	0,05	0,07	0,09	0,07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
FT ₁	0,05	0,07	0,11	0,16	0,26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
FT ₂	0,02	0,01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
FT ₃	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
GT ₁	0,04	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
GT ₂	0,24	0,32	0,37	0,31	0,02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
GT ₃	0,16	0,23	0,36	0,44	0,70	0,84	0,70	0,55	0,45	0,36	0,28	0,21	0,15	0,09	0,04	-
HT ₁	0,01	0,01	-	-	0,02	0,16	0,30	0,45	0,55	0,64	0,72	0,79	0,85	0,91	0,96	1
HT ₂	0,01	0,01	0,01	0,02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
HT ₃	0,02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
IT ₁	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
IT ₂	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
IT ₃	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
JT ₁	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
JT ₂	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
JT ₃	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ST ₁	0,06	0,06	0,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ST ₂	0,10	0,07	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ST ₃	0,01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
IC	1,83	2,13	2,58	2,79	3,37	4,06	4,09	4,12	4,14	4,16	4,18	4,19	4,21	4,22	4,23	4,24
R	0,0006	0,001	0,002	0,003	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,98

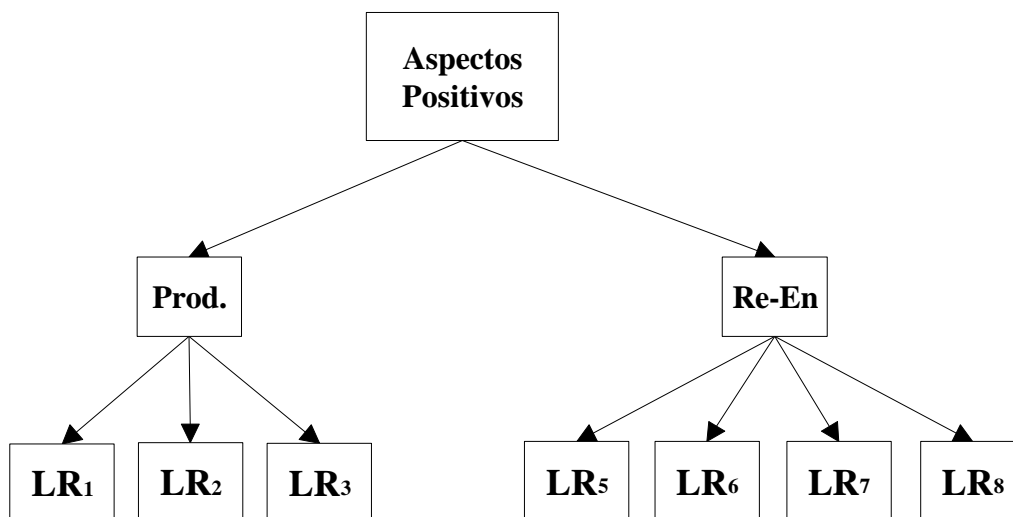


Figura 1. Aspectos positivos.

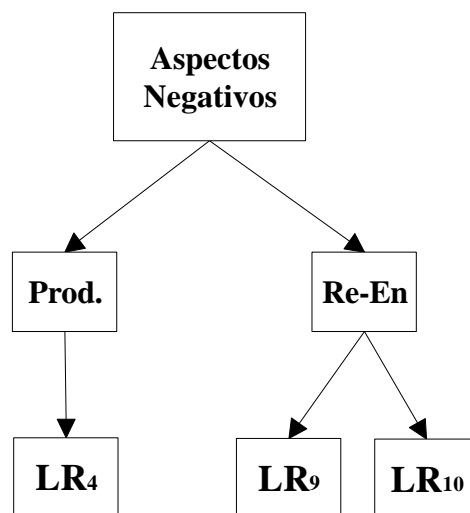


Figura 2. Aspectos negativos.

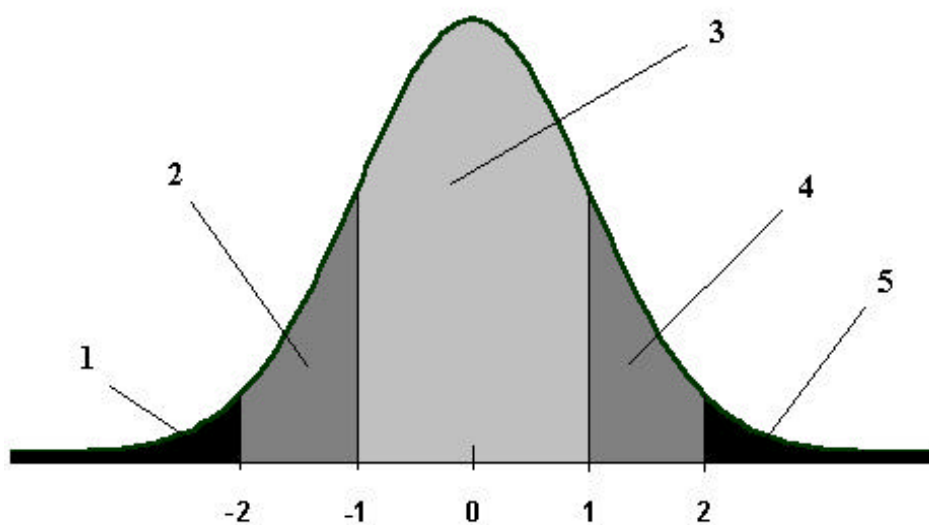


Figura 3. Clasificación de las empresas en categorías.

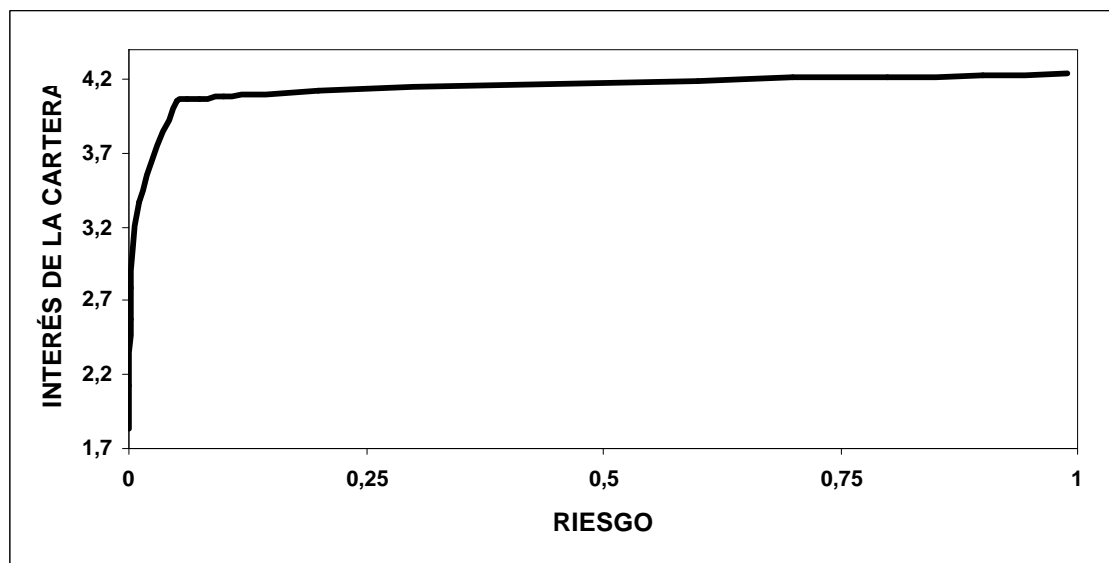


Figura 4: Frontera eficiente. (1989-1994, $a_1 = a_2 = 0.5$).

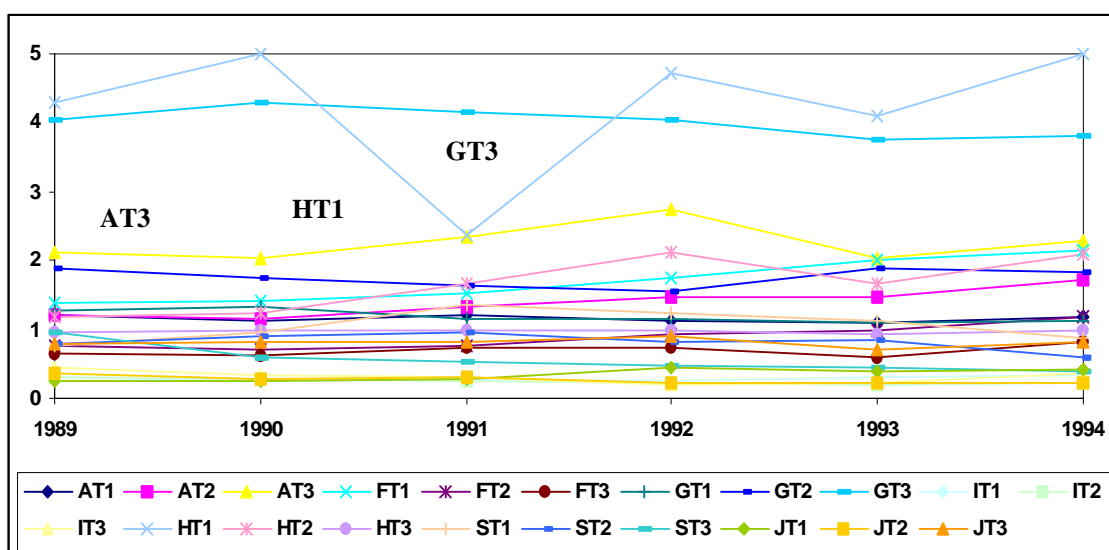


Figura 5: Evolución de las empresas según su $\{r_{ij}\}$. ($a_1 = a_2 = 0.5$).

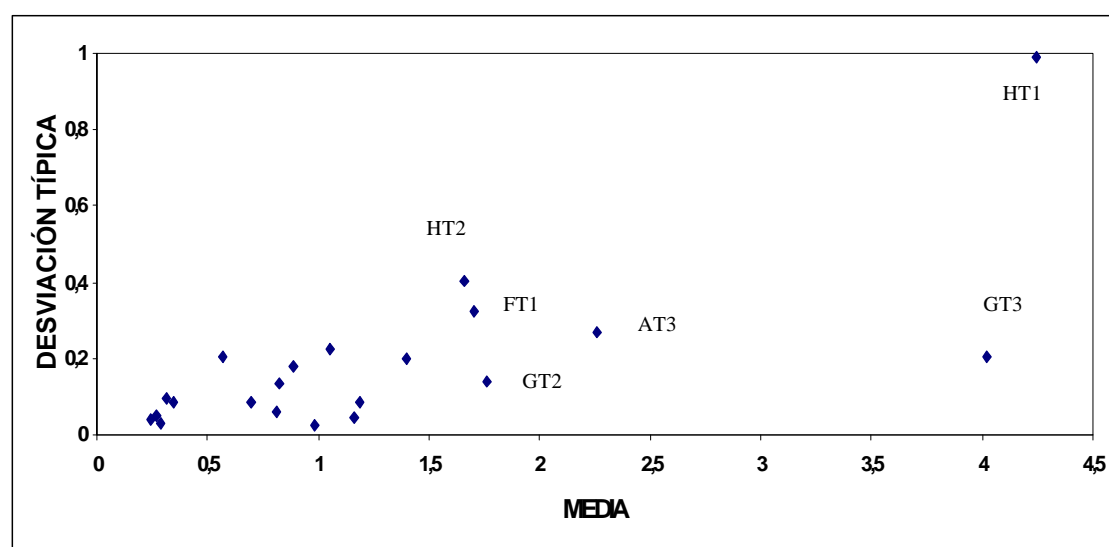


Figura 6: Análisis Media-Varianza. (1989-1994, $a_1 = a_2 = 0.5$).